点D，点Eは辺ＢＣ上にあり，点Aは（三角形ＡＢＣが存在することから）辺ＢＣ上にはない。

よって，点A，点D，点Ｅは一直線上にはない。

そこで，点A，点D，点Ｅを通る円を描くことができる。この円を，円Ｏとする。

∠ＦＡＥ＝∠ＣＡＤ－∠ＤＡＥ＝∠ＢＡＥ－∠ＤＡＥ＝∠ＧＡＤ　…①

三角形の外角の定理を利用して，

∠ＦＤＥ＝∠ＡＤＥ－∠ＡＤＦ＝∠ＡＤＥ－∠ＧＢＤ＝（∠ＧＢＤ＋∠ＧＡＤ）－∠ＧＢＤ

　　　　＝∠ＧＡＤ　…②

∠ＧＥＤ＝∠ＡＥＤ－∠ＡＥＧ＝∠ＡＥＤ－∠ＦＣＥ＝（∠ＦＡＥ＋∠ＦＣＥ）－∠ＦＣＥ

　　　　＝∠ＦＡＥ　…③

①・②より∠ＦＡＥ＝∠ＦＤＥ，①・③より　∠ＧＡＤ＝∠ＧＥＤ

よって，円周角の定理の逆により，点Ｆも点Ｇも，円Ｏ上にある。

以上のことから，点A，点D，点Ｅ，点Ｆ，点Ｇはすべて同一円周上にある。

∠ＧＦＤ＝∠ＧＥＤ　　　（∵円周角の定理）

　　　　＝∠ＦＡＥ　　　（∵③）

　　　　＝∠ＦＤＥ　　　（∵円周角の定理）

∠ＧＦＤ＝∠ＦＤＥ　だから，錯角が等しいので，ＧＦ//ＢＣである。…④

また，∠ＦＧＤ＝∠ＣＡＤ　　　　　　　　　　（∵円周角の定理）

　　　　　　＝１８０°－∠ＢＡＣ　　　　（∵仮定）

　　　　　　＝∠ＡＢＣ＋∠ＡＣＢ　　　　（∵三角形の内角の和は１８０°）

　　　　　　＝∠ＡＤＦ＋∠ＡＥＧ　　　　（∵仮定）

　　　　　　＝∠ＡＤＦ＋∠ＡＤＧ　　　　（∵円周角の定理）

　　　　　　＝∠ＦＤＧ

∠ＦＧＤ＝ＦＤＧだから，三角形ＦＧＤは二等辺三角形になるので，ＤＦ＝ＦＧ　…⑤

同様にして，

∠ＧＦＥ＝∠ＢＡＥ＝１８０°－∠ＢＡＣ＝∠ＡＢＣ＋∠ＡＣＢ＝∠ＡＤＦ＋∠ＡＥＧ

　　　　＝∠ＡＥＦ＋∠ＡＥＧ＝∠ＧＥＦ

∠ＧＦＥ＝∠ＧＥＦだから，三角形ＧＥＦは二等辺三角形になるので，ＥＧ＝ＦＧ　…⑥

⑤，⑥から，ＤＦ＝ＥＧ＝ＦＧ　…⑦

　④，⑦により，題意は証明された。