平成30年度　豊島岡女子学園中学校〈第3回〉算数　くわしい解説

すぐる学習会

$\boxed{1}$ (1) $\underbrace{\underbrace{2\frac{4}{5} \div \frac{7}{3} \times 0.75}_{ア} - \underbrace{\frac{4}{9} \div \left(2 - \frac{1}{3}\right)}_{イ}}_{ウ}$

$ア = \frac{14}{5} \div \frac{7}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{10}$

$イ = \frac{4}{9} \div \frac{5}{3} = \frac{4}{15}$

$ウ = ア - イ = \frac{9}{10} - \frac{4}{15} = \frac{19}{30}$

(2)　時速1.8kmとは，1時間で1.8km進む速さのことです。

1時間＝60分ですから，60分で1.8km進みます。

1分あたり，$1.8 \div 60 = \frac{3}{100}$（km）進みます。

1時間7分20秒$= 67\frac{20}{60}$分$= 67\frac{1}{3}$分$= \frac{202}{3}$分では，$\frac{3}{100} \times \frac{202}{3} = 2.02$（km）進みます。

(3)　問題の条件のうち，「3で割ると1余る」と「5で割ると3余る」に注目します。

「3で割ると1余る」は，「あと2あれば3で割り切れる」ということで，

「5で割ると3余る」は，「あと2あれば5で割り切れる」ということです。

つまり，「あと2あれば，3でも5でも割り切れる」ということになります。

3と5の最小公倍数は15なので，「あと2あれば，15で割り切れる」となります。

あと2あれば，15，30，45，…となるのですから，実際には2ずつ減らして，13，28，43，…となります。

他の条件として，「2で割り切れる」と「7で割り切れる」がありました。

13は他の条件に合わないのですが，28は合うので，すべての条件に合う最も小さい数は28であることがわかりました。

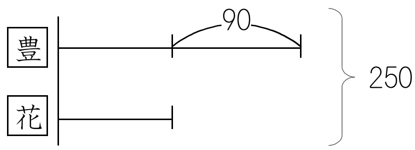
よって，すべての条件に合う数は，28に，（2と3と5と7の最小公倍数である）210を加えていけば，どんどん求めることができます。

この問題は，2018以下の整数の中で，条件に合う最も大きい数を求める問題です。

2018－28＝1990　　　1990÷210＝9 あまり 100 ですから，28に210を9回ぶん加えればよいので，28＋210×9＝1918 になります。

(4)　定価を$\boxed{1}$にすると，定価から300円引きにした値段は，$\boxed{1}-300$ になります。
さらに2割引きにすると，$(\boxed{1}-300)\times0.8=\boxed{0.8}-240$ になります。
これが，定価の25％引きである$\boxed{0.75}$と等しいのですから，$\boxed{0.8}-\boxed{0.75}=\boxed{0.05}$にあたるのが240円です。
$\boxed{1}$あたり，240÷0.05＝4800（円）なので，定価も4800円です。

$\boxed{2}$ (1)　豊子さんを分速$\boxed{豊}$m，花子さんを分速$\boxed{花}$mとします。
2人が同じ場所から同時に同じ方向に進むと，50分で豊子さんは花子さんに初めて追いつくのですから，$4500\div(\boxed{豊}-\boxed{花})=50$
4500÷50＝90 ですから，$\boxed{豊}-\boxed{花}=90$　　…（ア）
また，反対方向に進むと18分で初めて出会うのですから，$4500\div(\boxed{豊}+\boxed{花})=18$
4500÷18＝250 ですから，$\boxed{豊}+\boxed{花}=250$　　…（イ）



（ア）と（イ）から，花子さんの分速は，
(250－90)÷2＝80（m）になります。

時速に直すと，80×60＝4800（m）→4.8km
になります。

(2)　ロープの長さを，18と21の最小公倍数である126cmにします。
正18角形を作ると，1辺の長さは 126÷18＝7（cm）になり，正21角形を作ると，1辺の長さは 126÷21＝6（cm）になるので，差は 7－6＝1（cm）になります。

実際の差は2cmなので，2倍になっています。
よってロープの長さは，126×2＝252（cm）です。

252 cmのロープを使って正多角形を作ると，1辺の長さは9cmになったのですから，その正多角形は，252÷9＝28（角形）になります。

(3)　商品Aをア個，商品Bをイ個，商品Cをウ個買ったことにすると，次のような式になります。

80×ア＋500×イ＋760×ウ＝2240

20で割って簡単にすると，次のようになります。

4×ア＋25×イ＋38×ウ＝112

もし，ウが3ならば，38×3＝114になり，112よりも大きくなってしまいますからダメです。
よって，ウは2以下の数になるので，ウが0の場合，1の場合，2の場合に分け

て考えていきます。

① ウが0の場合

4×ア＋25×イ＝112 です。イが0のとき，ア＝112÷4＝28なので，（ア，イ，ウ）＝（28，0，0） になります。

4：25の逆比は25：4ですから，アを25減らし，イを4増やして，（ア，イ，ウ）＝（3，4，0）もＯＫです。

アをまた25減らすのは無理なので，ウが0の場合は，以上2通りのみになります。

② ウが1の場合

4×ア＋25×イ＝112－38×1＝74 です。

イが0のとき，アは74÷4が割り切れないのでダメです。

イが1のときも，アは（74－25×1）÷4が割り切れないのでダメです。

イが2のときは，アは（74－25×2）÷4＝6になって，割り切れるのでＯＫです。

（ア，イ，ウ）＝（6，2，1）になります。

アを25減らすのは無理なので，ウが1の場合は，1通りのみになります。

③ ウが2の場合

4×ア＋25×イ＝112－38×2＝36 です。

イが0のとき，アは36÷4＝9なので，（ア，イ，ウ）＝（9，0，2）になります。

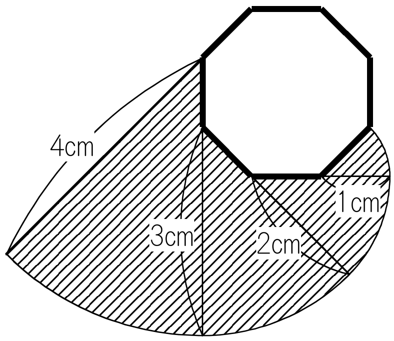
アを25減らすのは無理なので，ウが2の場合も，1通りのみになります。

①～③によって，全部で 2＋1＋1＝4（通り）になります。

(4) 何角形であっても，外角の和は360°なので，正八角形の外角の和も360°です。

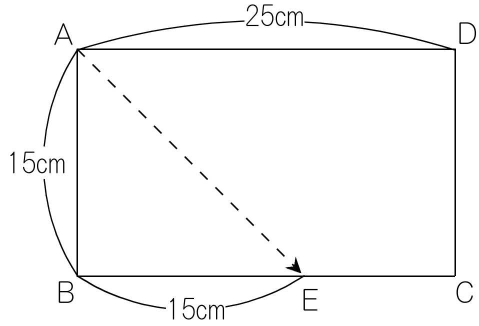
よって，正八角形の1つの外角は，360÷8＝45（度）です。

したがって糸が通った部分は，右の図の斜線部分のようになり，それぞれのおうぎ形の中心角は45°なので，円の$\frac{1}{8}$です。



$$4\times4\times3.14\times\frac{1}{8}+3\times3\times3.14\times\frac{1}{8}+2\times2\times3.14\times\frac{1}{8}+1\times1\times3.14\times\frac{1}{8}$$
$$=(4\times4+3\times3+2\times2+1\times1)\times3.14\times\frac{1}{8}$$
$$=30\times3.14\times\frac{1}{8}$$
$$=11.775\ (\mathrm{cm}^2)$$

$\boxed{3}$ (1)　ＢＥの長さが15cmのとき，たて方向と横方向の長さがいつも同じになるように進んでいきます。



どこかの頂点で止まったときも，たて方向とど横方向の長さは同じになっています。

頂点で止まったとき，たて方向には15cmの倍数ぶんだけ進んでいて，横方向には25cmの倍数ぶんだけ進んでいます。

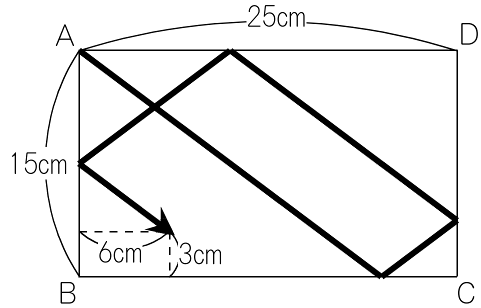
たて方向と横方向の長さが同じですから，15cmと25cmの最小公倍数である75cmになったら，止まることになります。

たて方向には，75÷15＝5（本）ぶんを進みますが，5本目は頂点に止まるのではね返ったとはいえず，5－1＝4（回）はね返ることになります。

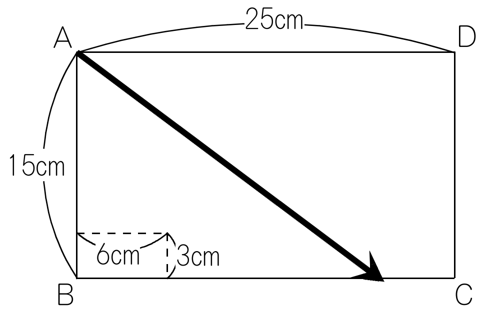
横方向には，75÷25＝3（本）ぶんを進みますが，3本目は頂点に止まるのではね返ったとはいえず，3－1＝2（回）はね返ることになります。

たてと横の合計で，4＋2＝6（回）はね返ることになります。

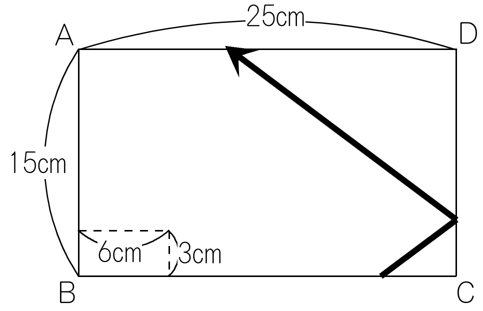
(2)　点Ｐは右の図のように進みました。



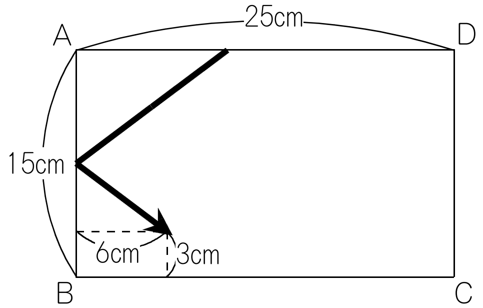
点Ｐは，たて方向に15cm，



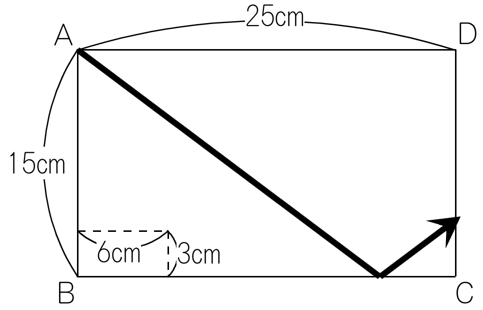
また 15㎝，



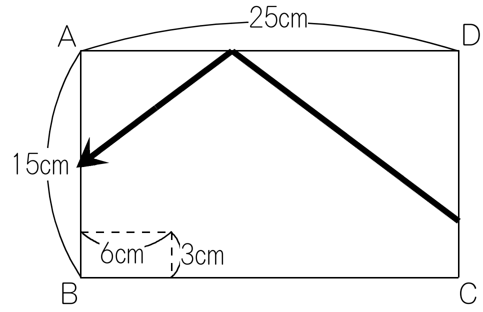
あと 15－3＝12（㎝）と進んだので，たて方向に全部で 15×2＋12＝42（㎝）進みました。



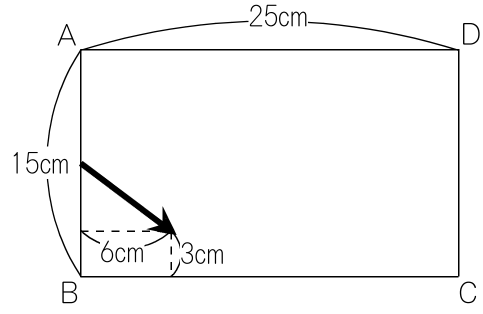
また，横方向には 25㎝，



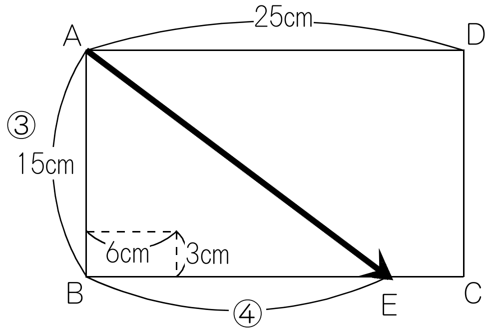
また 25㎝，



あと 6㎝と進んだので，横方向に全部で，25×2＋6＝56（㎝）を進みました。



たて方向には42cm，横方向には56cm進んだので，たて方向と横方向に進んだ長さの比は，42：56＝3：4 になります。



Ａから E まで進んだときも，たて方向と横方向に進んだ長さの比は3：4になります。

たて方向は15cm進んだのですから，横方向には 15÷3×4＝ 20（cm）進んでいます。

よって，ＢＥの長さは20 cmになります。

4 (1)　サービスジュースの問題は，受験生なら何回か解いたことがあるでしょう。
しかしこの問題は，ふつうのサービスジュースの問題とは違って，「交換したジュースにはサービス券がついていない」のです。
問題をよく読んで，注意して解いていきましょう。

ジュースを買った場合は○，サービス券を使ってタダでもらった場合は×で表すことにします。

1日目は○，2日目も○，3日目も○，4日目も○で，これでサービス券が4枚たまったので，5日目はそのサービス券を使って，タダで持ち帰れるので×です。
6日目からは，また同じように○○○○×をくり返します。
よって，「○○○○×」の5日間が1セットになります。

30日間では，30÷5＝6（セット）で，1セットあたり○は4個あります。
よって，30日間で4×6＝24（本）のジュースを買ったことになります。

(2)　(1)と同様に，ジュースを買った場合は○，サービス券を使ってタダでもらった場合は×で表すことにします。

1日目は1本買ったので○です。今のところサービス券は1枚です。

2日目は2本買ったので○○です。今のところサービス券は1＋2＝3（枚）です。

3日目は3本ですが，3本のうち1本目を買った時点でサービス券は4枚たまっているので，2本目は×になり，3本目は買ったので○です。
つまり，3日目は「○×○」となります。この時点で，サービス券は1枚あります。

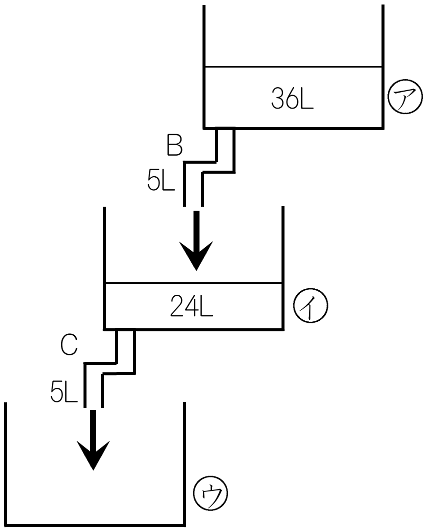
4日目は4本ですが，前の日までにサービス券が1枚残っていたので，3本買った時点でサービス券が4枚になり，4本目は×になります。
つまり，4日目は「○○○×」となります。この時点で，サービス券はなくなりました。

よって，1日目「○」，2日目「○○」，3日目「○×○」，4日目「○○○×」の4日1セットをくり返すことになります。この1セットの中で，買ったジュースの本数は○の個数と同じなので，1＋2＋2＋3＝8（本）です。

30日間では，30÷4＝7 あまり 2 ですから，7セットとあと2日間です。

1セットでは8本買うのですから，7セットでは 8×7＝56（本）買ったことになり，残り2日は「○」と「○○」ですから，全部で，56＋1＋2＝59（本）を買ったことになります。

5 (1)　水そうの底面積は 1000 cm²です。
㋐には $1000\times36=36000$（cm³）→36Ｌ，
㋑には $1000\times24=24000$（cm³）→24Ｌの水が入っています。



㋐は，管Ｂから５Ｌずつ水が出ていくので，$36\div5=7.2$（分）で水はなくなります。

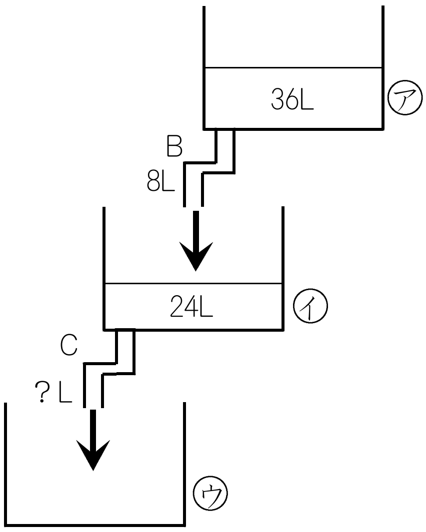
㋑は，はじめの 7.2 分間は管Ｂから５Ｌずつ水が入ってきて，管Ｃから５Ｌずつ水が出ていくので，水の量は増えも減りもしません。

しかし 7.2 分を過ぎてからは，管Ｂから水が入ってこなくなり，管Ｃから５Ｌずつ水が出ていくだけになるので，$24\div5=4.8$（分）で水がなくなります。

結局，㋐と㋑の両方の水がなくなるのは，$7.2+4.8=12$（分後）になります。

（別解）　はじめは，㋐と㋑合わせて $36+24=60$（Ｌ）入っていましたが，管Ｂは㋐と㋑の中でのやりとりなので合計は変化せず，管Ｃは５Ｌずつ水を出すので合計は５Ｌずつ減っていくので，$60\div5=12$（分）で水はなくなります。

(2)　蛇口Ａは使っていないので，㋐と㋑と㋒の合計は，$36+24+0=60$（Ｌ）のまま変わりません。

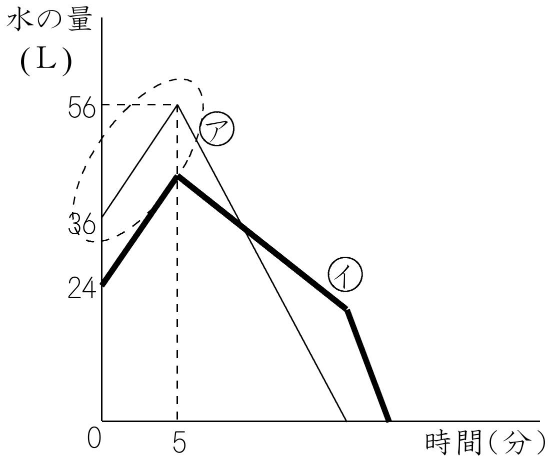


３つの水そうの水の高さが等しくなったとき，３つの水そうの底面積は同じなので，同じ量の水が入っていることになります。
１つの水そうあたり，$60\div3=20$（Ｌ）の水が入っていることになります。

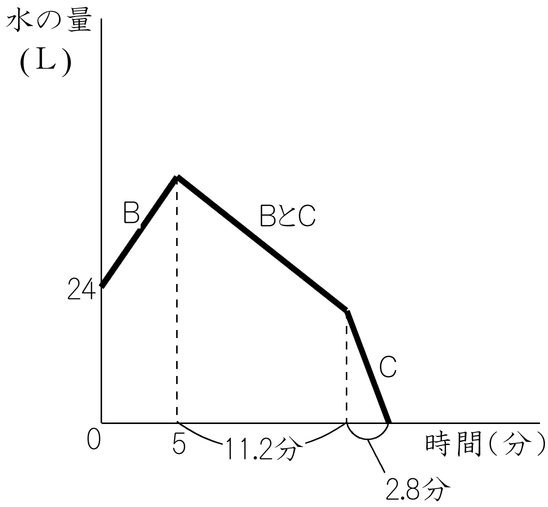
㋐は，はじめは 36 Ｌですから，20 Ｌになるためには，$36-20=16$（Ｌ）だけ減らなければなりません。
管Ｂから８Ｌずつ出ていくのですから，$16\div8=2$（分後）に，20Ｌになります。

㋒も，管Ｃによって２分後に 20 Ｌになる必要があります。
よって，管Ｃは，毎分 $20\div2=10$（Ｌ）ずつ水を流せばよいことになります。

(3)　水そうの底面積は1000 cm^2 なので，たとえば2cmぶんの水の量は，1000×2＝2000（cm^3）→2Ｌ　となり，水の高さ（cm）は水の量（Ｌ）と同じ数値になります。
よって，グラフのたて軸は，水の量（Ｌ）を表すとみなしてもＯＫです。



グラフの0分から5分までのアを見ると，5分間に水が 56－36＝20（Ｌ）増えたことがわかります。
1分あたり，20÷5＝4（Ｌ）ずつ増えました。
アは，蛇口Ａによって1分間に9Ｌずつ水が入ってくるのですから，管Ｂによって，9－4＝5（Ｌ）ずつ水が出ていくことがわかりました。
5分後にアは56Ｌになっていましたが，その後は蛇口Ａから水が入ってこなくなり，管Ｂから毎分5Ｌずつ水が出るのみになります。
蛇口Ａを止めてから 56÷5＝11.2（分後）に，アは空になります。



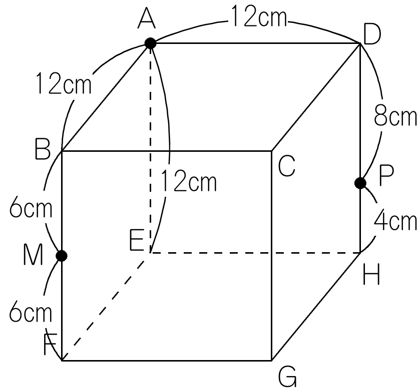
水そうイが空になったのは，アが空になってから2分48秒後＝2.8分後であると問題に書いてありましたから，イの水の量のようすは，右のグラフのようになります。

イに管Ｂから水が入ってくるのは，5＋11.2＝16.2（分間）で，1分間に5Ｌずつ水が入ってくるので，5×16.2＝81（Ｌ）増え，はじめからあった24Ｌを合わせて，24＋81＝105（Ｌ）になるはずですが，管Ｃで水を出したので，イは空になりました。

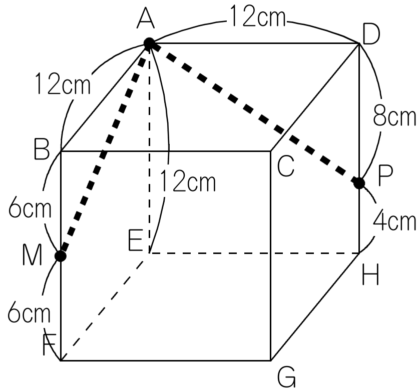
管Ｃを使ったのは，11.2＋2.8＝14（分間）ですから，管Ｃは14分で105Ｌの水を出したことになります。

よって，管Ｃの毎分の水量は，105÷14＝7.5（Ｌ）になります。

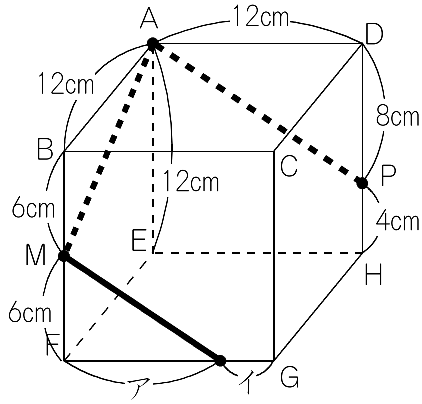
6 (1)　点Ｍ，点Ｐは右の図のような位置にあります。



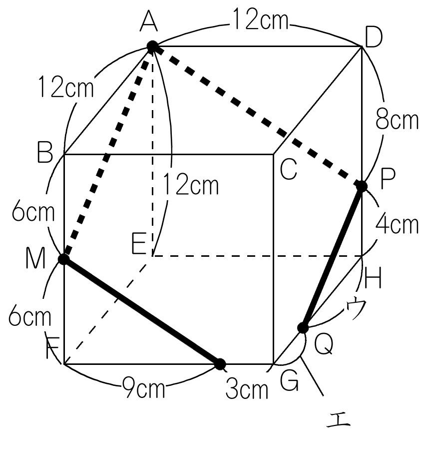
点Ａから点Ｍまでは左の面を通っているので切り口の線を引いてＯＫです。
また，点Ａから点Ｐまでも，後ろの面を通っているので切り口の線を引いてＯＫです。



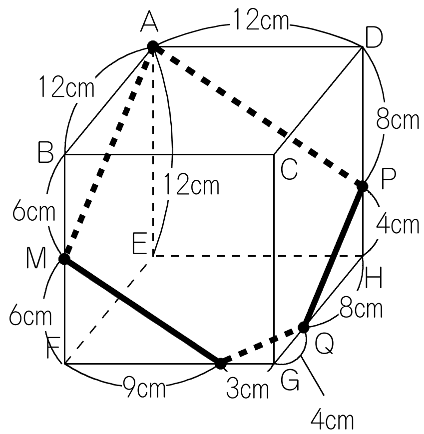
直線ＡＰは，たて：横＝8：12＝2：3 になっているので，右の図のアの長さは，6÷2×3＝9（cm）です。イは，12－9＝3（cm）です。



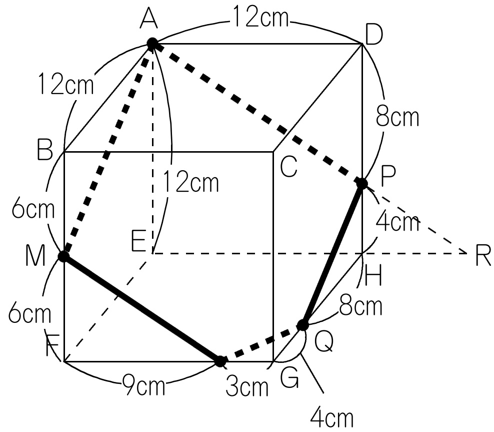
直線ＡＭは，たて：横＝6：12＝1：2 になっているので，右の図のウの長さは，4÷1×2＝8（cm）です。エは，12－8＝4（cm）です。



よってＱＨの長さは，8 cmになります。

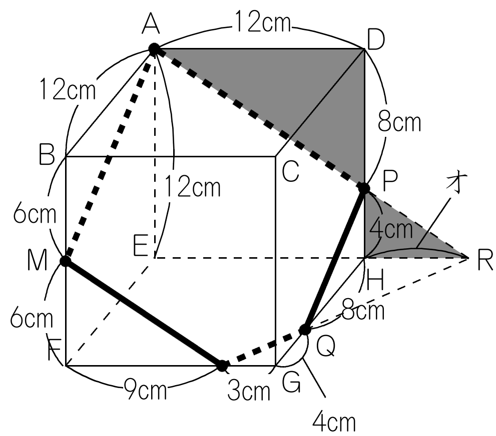


(2)　右の図のようにして，直線ＡＰと直線ＥＨの交わる点が，Ｒです。



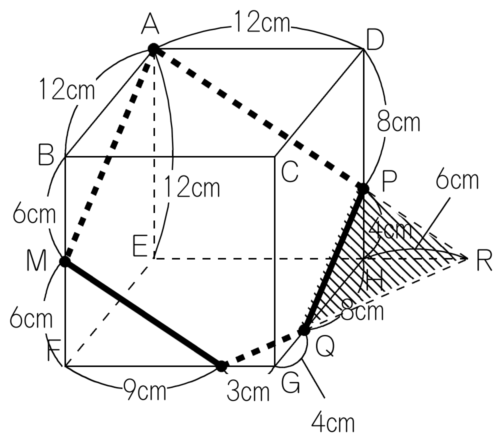
右の図のオの長さは，かげをつけたクロス形を利用して求めることができます。

ＤＰ：ＰＨ＝8：4＝2：1 ですから，ＡＤ：オ も 2：1 になり，オ＝12÷2×1＝6（cm）になります。

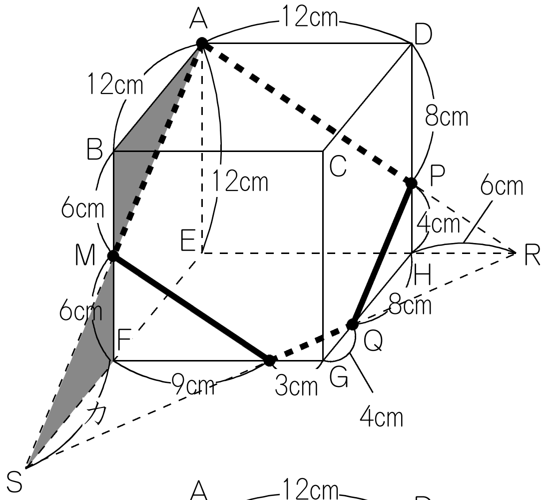


右の図の斜線部分の三角すいＰ－ＨＱＲの体積を求めます。

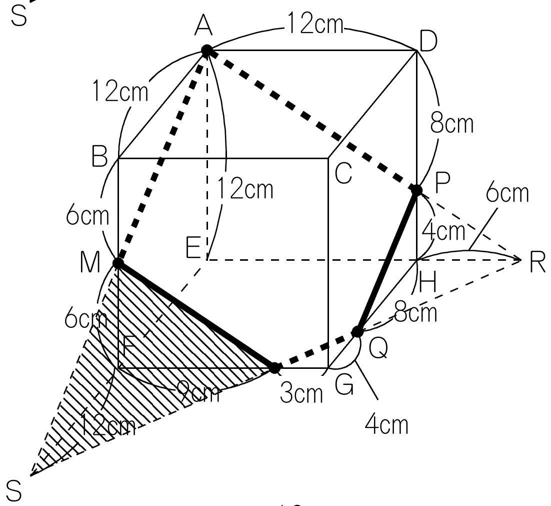
底面積である三角形ＨＱＲの面積は，6×8÷2＝24（cm^2）で，高さはＰＨ＝4cmですから，体積は，24×4÷3＝32（cm^3）になります。



(3)　右の図のように直線ＡＭと直線ＥＦの交わる点をＳとします。
　カの長さは，かげをつけたクロス形を利用して求めます。
　ＢＭ：ＭＦ＝6：6＝1：1 ですから，ＡＢ：カ も1：1になるので，カは12cmです。



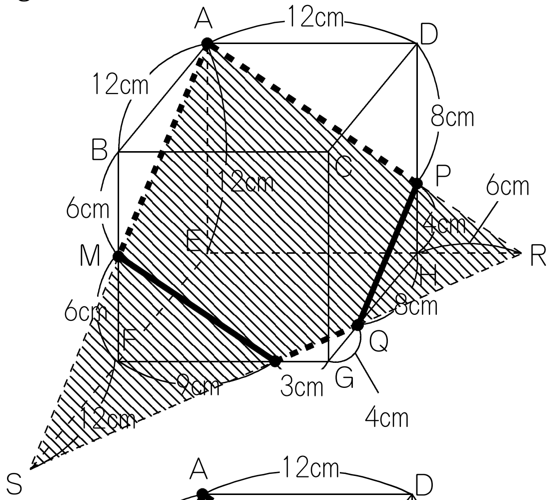
　右の図の斜線部分の三角すいの体積は，9×12÷2×6÷3＝108（cm³）になります。



　右の図の斜線部分の三角すいの体積は，

$\underbrace{(12+6)\times(12+12)\div2}_{\text{底面積}}\times\underbrace{12}_{\text{高さ}}\div3=864$（cm³）

です。



　よって答えは，864－(32＋108)＝724（cm³）になります。